

Przed obowiązkową maturą z matematyki

Test

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

- Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 8 cm i jest nachylona do podstawy pod kątem 45° . Pole podstawy tego graniastosłupa jest równe:
 A. 32 cm^2 , B. 16 cm^2 , C. 8 cm^2 , D. 4 cm^2 .
- Podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o boku 6 cm, a kąt nachylenia przekątnej prostopadłościanu do ściany bocznej ma miarę 30° . Przekątna ta ma długość:
 A. 12 cm, B. $6\sqrt{3}$ cm, C. $3\sqrt{3}$ cm, D. $3\sqrt{2}$ cm.
- Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 6, a krawędź boczna tworzy z podstawą kąt 45° . Objętość tego ostrosłupa jest równa:
 A. $36\sqrt{2}$, B. $48\sqrt{2}$, C. $72\sqrt{2}$, D. $108\sqrt{2}$.
- Pole powierzchni całkowitej czworościanu foremnego jest równe $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Wysokość tego czworościanu jest równa:
 A. $2\sqrt{6}$ cm, B. $4\sqrt{6}$ cm, C. $4\sqrt{2}$ cm, D. $6\sqrt{2}$ cm.
- Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o boku 12. Pole powierzchni bocznej tego stożka jest równe:
 A. 144π , B. 72π , C. 36π , D. 24π .
- Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu jest półkolem. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę:
 A. 120° , B. 90° , C. 60° , D. 45° .
- Koło o polu 36π obracamy wokół średnicy. Otrzymujemy wówczas bryłę o objętości:
 A. 288π , B. 240π , C. 144π , D. 120π .
- Trójkąt o bokach długości: 15, 20 i 25 obracamy wokół najdłuższego boku i otrzymujemy bryłę złożoną z dwóch stożków o wspólnej podstawie. Objętość tej bryły jest równa:
 A. 1600π , B. 1200π , C. 1000π , D. 750π .

Zadania z krótką odpowiedzią

Zadanie 1 (2 pkt)

Sześcian o krawędzi 4 cm i graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy $2\sqrt{2}$ cm mają taką samą objętość. Oblicz długość przekątnej graniastosłupa.

Zadanie 2 (2 pkt)

Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest dwa razy dłuższa od krawędzi jego podstawy. Oblicz tangens kąta nachylenia ściany bocznej tego ostrosłupa do jego podstawy.

Zadanie 3 (2 pkt)

Ściany boczne ostrosłupa prawidłowego trójkątnego są trójkątami prostokątnymi o przyprostokątnych długości 2 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Zadanie 4 (2 pkt)

Przekrój osiowy walca jest kwadratem. Oblicz stosunek pola powierzchni całkowitej do pola powierzchni bocznej tego walca.

Zadania z rozszerzoną odpowiedzią

Zadanie 5 (4 pkt)

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym o krawędzi podstawy równej 4 przekątna tworzy z tą krawędzią kąt 60° . Oblicz objętość tego graniastosłupa.

Zadanie 6 (4 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym o krawędzi podstawy 2 cm pole podstawy jest dwa razy mniejsze od pola powierzchni bocznej. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 7 (4 pkt)

Pole powierzchni bocznej stożka stanowi $\frac{2}{3}$ jego pola powierzchni całkowitej. Wyznacz miarę kąta, który tworzy wysokość stożka z jego tworzącą.

Zadanie 8 (5 pkt)

Podstawa graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma pole równe 50 cm^2 . Przekrój tego graniastosłupa płaszczyzną przechodzącą przez przekątną dolnej podstawy i jeden z wierzchołków górnej podstawy jest trójkątem o polu równym 65 cm^2 . Oblicz objętość tego graniastosłupa.

Zestaw D. Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi

odpowiedzi
- s. 207
modele
- s. 209

Zadanie 1. (5 pkt)

Pole powierzchni bocznej graniastoslupa prawidłowego czworokątnego wynosi $48\sqrt{3}$. Przekątna ściany bocznej tego graniastoslupa tworzy z krawędzią boczną kąt 30° . Oblicz długość tej przekątnej.

Zadanie 2. (4 pkt)

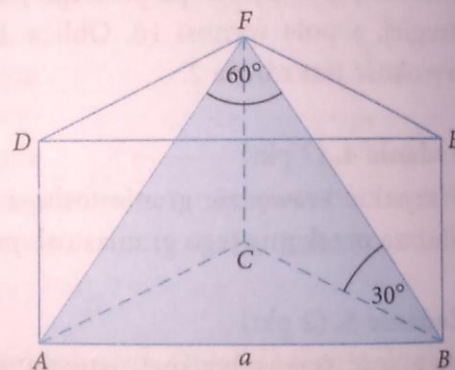
Oblicz objętość graniastoslupa prawidłowego sześciokątnego, którego krótsza przekątna ma długość $4\sqrt{3}$, a wysokość jest trzy razy dłuższa od krawędzi podstawy.

Zadanie 3. (4 pkt)

Podstawą graniastoslupa prostego jest romb o boku długości 3 cm. Dłuższa przekątna graniastoslupa ma długość 6 cm, a wysokość graniastoslupa jest równa $2\sqrt{3}$ cm. Oblicz pole podstawy tego graniastoslupa.

Zadanie 4. (6 pkt)

Podstawą graniastoslupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego podstawa ma długość a (rysunek obok). Przekątna FB ściany bocznej tworzy z krawędzią BC kąt 30° , a kąt między przekątnymi FB i FA wynosi 60° . Wykaż, że objętość tego graniastoslupa jest równa $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.



Zadanie 5. (6 pkt)

Przekątna graniastoslupa prawidłowego czworokątnego ma długość d , a sinus kąta między tą przekątną a krawędzią podstawy jest równy p . Wykaż, że wysokość tego graniastoslupa wyraża się wzorem $d\sqrt{2p^2 - 1}$.

Zadanie 6. (4 pkt) CKE

Jacek bawi się sześciennymi klockami o krawędzi 2 cm. Zbudował z nich jeden duży sześcian o krawędzi 8 cm i wykorzystał do tego wszystkie swoje klocki. Następnie zburzył budowlę i ułożył z tych klocków drugą bryłę – graniastosłup prawidłowy czworokątny. Wtedy okazało się, że został mu dokładnie jeden klocek, którego nie było gdzie dołożyć. Oblicz stosunek pola powierzchni całkowitej pierwszej ułożonej bryły do pola powierzchni całkowitej drugiej bryły i wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

Zadanie 7. (5 pkt) CKE

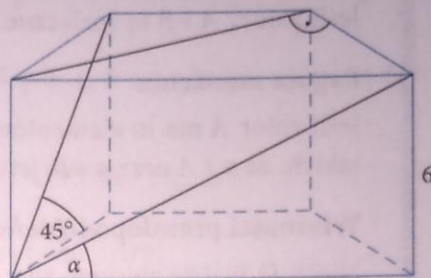
Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 4 cm i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° . Oblicz długość krawędzi sześcianu, którego objętość jest równa objętości tego ostrosłupa.

Zadanie 8. (5 pkt) CKE

Podstawą ostrosłupa $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 8. Punkt D jest środkiem krawędzi AB , a odcinek DS jest wysokością ostrosłupa. Krawędzie AS i BS mają długość 7. Oblicz długość krawędzi CS .

Zadanie 9. (7 pkt)

Podstawą graniastoslupa prostego jest trapez równoramienny, którego przekątna tworzy kąt prosty z ramieniem (rysunek obok). Przekątna jednej ze ścian bocznych tworzy z ramieniem trapezu kąt 45° , a przekątna drugiej ze ścian tworzy z dłuższą podstawą trapezu kąt α , którego tangens jest równy $\frac{1}{2}$. Oblicz objętość graniastoslupa, jeżeli jego wysokość jest równa 6.

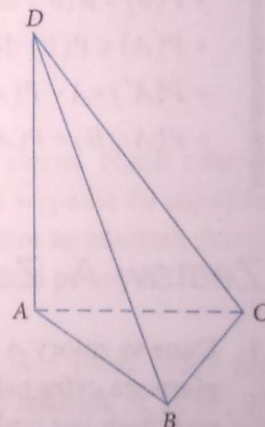


Zadanie 10. (6 pkt)

Sześcian o krawędzi 4 cm przecięto płaszczyzną zawierającą przekątną jego dolnej podstawy i środki dwóch krawędzi jego górnej podstawy. Wykaż, że pole otrzymanego przekroju jest równe 18 cm^2 .

Zadanie 11. (4 pkt) CKE

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest trójkąt ABC . Krawędź AD jest wysokością ostrosłupa (patrz rysunek). Oblicz objętość ostrosłupa $ABCD$, jeśli wiadomo, że $|AD| = 12$, $|BC| = 6$, $|BD| = |CD| = 13$.



Zadanie 12. (4 pkt) CKE

W graniastoslupie czworokątnym prawidłowym przekątna o długości d jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\sin \alpha = 0,2$. Wyznacz objętość tego graniastoslupa.

Zadanie 13. (5 pkt)

Objętości walca i stożka są równe. Promień podstawy stożka jest dwa razy większy od promienia podstawy walca, a wysokość stożka jest o 1 mniejsza od wysokości walca. Oblicz stosunek pola powierzchni stożka do pola powierzchni walca, jeżeli tangens kąta między tworzącą stożka a jego wysokością jest równy $\frac{4}{3}$.

Zadanie 14. (5 pkt) CKE

Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 8. Krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 40° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.